

گروه ریاضی



عنوان :

نام دبیر :

تاریخ : /
98 /

سازمان ملی پرورش
استعدادهای درخشان
دبیرستان دوره اول
فرزانگان 2 منطقه 1
کابگ شماه :

کلاس :

پایه :

نام و نام خانوادگی :

$$(1) \text{ الف) } 808 = 2^3 \times 101 \quad \text{ب) } 105000 = 2^3 \times 3 \times 5^4 \times 7$$

به هر روشی که می‌شناسید، این عبارت را تجزیه کنید و ضربها را با استفاده از توان ساده کنید.

$$(2) \text{ الف) } 2^2 \times (x) \times 11 = 660 \rightarrow 2^2 \times (x) \times 11 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11 \rightarrow x = 3 \times 5 = 15$$

برای بدست آوردن جواب ابتدا 660 را به هر روشی که راحتتر هستیم تجزیه می‌کنیم. بعد نگاه می‌کنیم که 11×2^2 شمارنده $660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11$ است. پس 2^2 و 11 را از دو طرف می‌زنیم و به $x = 3 \times 5 = 15$ می‌رسیم.

$$(3) \text{ الف) } 100 \times 7^4 \times 3^5 = 2^2 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^4, \quad 5^7 \times 2^5 \times 18 = 2^6 \times 3^2 \times 5^7$$

$$\text{ب.م.م.م. : } 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \quad \text{ک.م.م. : } 2^6 \times 3^5 \times 5^7 \times 7^4$$

برای بدست آوردن ب.م.م.م همه پایه‌های اعداد را قرار می‌دهیم و نگاه می‌کنیم که در هر عدد هر پایه چه توانی دارد. بین تمام این توانها کوچکترین را انتخاب می‌کنیم. اگر در نمایش عددی پایه مورد نظر نبود آن را صفر فرض می‌کنیم.

برای بدست آوردن ک.م.م همه پایه‌های اعداد را قرار می‌دهیم و نگاه می‌کنیم که در هر عدد هر پایه چه توانی دارد. بین تمام این توانها بزرگترین را انتخاب می‌کنیم.

(7) الف) یک بار دیگر با هم نگاه کنیم:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 6 \times 8 \times 9 \times 12 \times 18 \times 24 \times 36 \times 72$$

اگر یک هزارم از هوش سرشارتان را بکار برده باشید، متوجه می‌شوید که این اعدادی که در هم ضرب شده‌اند، کل شمارنده‌های 72 هستند. یادتان هست وقتی می‌خواستید شمارنده‌های یک عدد را بنویسید، وقتی یکی را پیدا می‌کردید، عددهای آن تقسیم می‌کردید که دیگری بدست آید؟ مثلاً در اینجا: 2 را داریم 72 را به آن تقسیم کنیم 36 بدست می‌آید. حالا دقت کنید اگر در وسط عبارت یک آینه قرار دهیم، حاصل ضرب دو تا عدد که در آینه قرینه هستند، برابر 72 می‌شود:

$$1 \times 72 = 2 \times 36 = 3 \times 24 = 4 \times 18 = 6 \times 12 = 8 \times 9 = 72$$

پس داریم:

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 6 \times 8 \times 9 \times 12 \times 18 \times 24 \times 36 \times 72 \\ &= (1 \times 72)(2 \times 36)(3 \times 24)(4 \times 18)(6 \times 12)(8 \times 9) \\ &= 72 \times 72 \times 72 \times 72 \times 72 \times 72 = 72^6 \end{aligned}$$

(ب) این قسمت را هم با ایده قسمت قبل می‌توانیم حل کنیم. عبارت را به صورت زیر هم می‌توانیم بنویسیم (دقت کنید یک 1^3 اضافه کردیم):

$$1^3 \times 2^3 \times 3^3 \times 6^3 \times 9^3 \times 18^3 \times 27^3 \times 54^3$$

اعداد پایه، کل شمارنده‌های 54 هستند. مشابه قسمت قبل:

$$1 \times 54 = 2 \times 27 = 3 \times 18 = 6 \times 9 = 54$$

و داریم:

$$\begin{aligned} & 1^3 \times 2^3 \times 3^3 \times 6^3 \times 9^3 \times 18^3 \times 27^3 \times 54^3 \\ &= (1^3 \times 54^3) \times (2^3 \times 27^3) \times (3^3 \times 18^3) \times (6^3 \times 9^3) \\ &= (1 \times 54)^3 \times (2 \times 27)^3 \times (3 \times 18)^3 \times (6 \times 9)^3 \\ &= 54^3 \times 54^3 \times 54^3 \times 54^3 = (54^3)^4 = 54^{3 \times 4} = 54^{12} \end{aligned}$$

عدد مورد نظر 54^{12} است.